

UNIVERSITATEA DIN CRAIOVA
FACULTATEA DE FIZICA

DAN CORNEA

REZUMATUL TEZEI DE DOCTORAT
ABORDĂRI COOMOLOGICE ÎN GRAVITAȚIA
EINSTEIN–HILBERT

Conducator stiintific
Prof. dr. CONSTANTIN BIZDADEA

CRAIOVA
2008

Cuprins

- 1 Introducere
- 2 Constructia coomologica a interactiilor in teorii de camp cu simetrii gauge
- 3 Cuplaje intr-o colectie de campuri de spin doi in prezenta unei p -forme
 - 3.1 Introducere
 - 3.2 Simetria BRST a modelului liber
 - 3.3 Interactii consistente intre un camp de spin doi si un camp vectorial fara masa
 - 3.3.1 Calculul coomologiilor de baza
 - 3.3.2 Calculul deformarii de ordin unu
 - 3.3.3 Calculul deformarii de ordin doi
 - 3.3.4 Analiza teoriei deformate
 - 3.4 Lipsa cuplajelor intermediare de un camp vectorial in teoriile multigravitonice
 - 3.4.1 Deformarile de ordin unu si doi. Conditiiile de consistenta
 - 3.4.2 Generalitati
 - 3.4.3 Cazul principal. Teorii cuplate
 - 3.4.4 Cazul I: rezultate de tip no-go in Relativitatea Generala
 - 3.5 Generalizarea la o p -forma arbitrara
 - 3.6 Concluzie
- 4 Cuplaje intre un sistem de campuri cu simetria mixta $(3; 1)$ intermediare de o p -forma
 - 4.1 Introducere
 - 4.2 Modelul liber pentru $p = 1$. Simetria BRST
 - 4.3 Rezultatele de baza pentru $p = 1$
 - 4.4 Generalizarea la un p arbitrar
 - 4.5 Concluzie
- 5 Interactii intre un sistem de campuri de spin doi in prezenta campului Rarita-Schwinger masiv
 - 5.1 Introducere
 - 5.2 Modelul liber: Formularea Lagrangiana si simetria BRST
 - 5.3 Interactii consistente intre un camp de spin doi si un camp Rarita-Schwinger masiv
 - 5.3.1 Calculul coomologiilor de baza
 - 5.3.2 Calculul deformarii de ordin unu
 - 5.3.3 Calculul deformarii de ordin doi
 - 5.4 Formularea Lagrangiana a teoriei cu interactie
 - 5.5 Imposibilitatea interactiilor intre gravitoni diferiti in prezenta unui camp Rarita-Schwinger masiv
 - 5.6 Concluzie
 - 5.7 Anexa A: Conventiile de baza si proprietatile matricilor γ
 - 5.8 Anexa B: Demonstratia unor afirmatii facute in subsectiunea 5.3.2
- 6 Concluzii generale. Perspective

REZUMAT

Teoriile care implica unul sau mai multe campuri de spin doi au prezentat un interes constant in ultimii treizeci de ani, in special la nivel de interactii directe intre gravitoni sau intermediare de alte campuri. In acest context, mai multe rezultate referitoare la imposibilitatea interactiilor consistente intre gravitoni diferiti au fost obtinute, fie fara alte campuri sau in prezenta unui camp scalar, respectiv a unui spinor Dirac. Prin implicatiile lor, aceste rezultate sustin parerea generala ca singurele interactii consistente in teoriile cu gravitoni au nevoie de un singur camp de spin doi si acestea sunt supuse prescriptiilor standard ale Relativitatii Generale (prin asta intelegand difeomorfismele la nivelul transformarilor gauge ale gravitonului si algebra de difeomorfisme la nivelul algebrei gauge a teoriei cu interactie). Aceasta idee este intarita si de confirmarea unicitatii actiunii Einstein-Hilbert avand modelul Pauli-Fierz drept limita libera sau unicitatea actiunii SUGRA $N = 1, D = 4$ care are un camp Pauli-Fierz si un camp spinorial fara masa de tip Rarita-Schwinger drept limita libera corespunzatoare. Sunt astfel prezentate argumente indirecte in favoarea eliminarii teoriilor care descriu supergravitatie extinse cu $N > 8$ deoarece acestea necesita mai mult de un camp de spin doi. Este totusi cunoscut faptul ca relaxarea conditiei legate de ordinul derivativ poate conduce la cuplaje exotice pentru un singur camp sau o colectie de campuri de spin doi (care nu se mai supun regulilor Relativitatii Generale).

Subiectul tezei il reprezinta analiza coomologica a interactiilor consistente care pot fi construite in unele teorii de camp cu simetrii gauge care includ unul sau mai multi gravitoni Einstein-Hilbert sau respectiv unul sau mai multe campuri din formularile duale ale gravitatiei Einstein-Hilbert liniarizate. Punctul cheie al abordarii noastre este dat de reformularea coomologica a simetriei Becchi-Rouet-Stora-Tyutin (BRST) Lagrangiene. Este utilizata tehnica standard de constructie a cuplajelor consistente in teoriile de camp bazata pe deformarea solutiei ecuatiei master cu ajutorul tehnicilor de coomologii BRST locale. Toate rezultatele obtinute de noi in acest context au fost deduse in prezenta urmatoarelor ipoteze generale asupra solutiei deformate a ecuatiei master: analiticitate in constanta de cuplaj, localitate spatio-temporala, covarianta Lorentz, invarianta Poincaré si conservarea numarului de derivate din ecuatiile de miscare pentru fiecare camp (ipoteza asupra ordinului derivativ).

Lucrarea este structurata in sase capitole si referinte bibliografice, din care capitolul 2 are un caracter monografic, iar capitolul 6 un caracter concluziv.

In capitolul al doilea se abordeaza pe scurt problema constructiei interactiilor consistente in teoriile gauge prin intermediul deformarii solutiei ecuatiei master. Se porneste de la o actiune invarianta gauge si se deformeaza simultan atat actiunea initiala, cat si transformarile gauge. In final, din cerinta ca actiunea deformata sa fie invarianta la transformarile gauge deformate si din observatia ca intreaga structura a unei teorii gauge este codificata intr-o singura functionala — generatorul gauge al simetriei BRST Lagrangiene, cunoscut si sub numele de solutie a ecuatiei master — se vor deduce ecuatiile de baza ale metodei BRST Lagrangiene de generare a interactiilor. Rezolvarea acestor ecuatii presupune tehnici specifice de calcul al coomologiei BRST locale.

Rezultatele din capitolul al treilea sunt subordonate constructiei cuplajelor pentru campul (campurile) de spin doi, initial in prezenta unui camp vectorial fara masa si apoi in prezenta unei p -forme, cu $p > 1$. In acest caz particular, ipoteza asupra ordinului derivativ cere ca vertexurile de interactie sa contina cel mult doua derivate spatiotemporale pe campuri,

dar nu restrictioneaza ordinul polinomial in campurile nederivate atat in Lagrangian cat si in transformarile gauge. Analiza noastra prevede trei pasi, care analizeaza treptat situatia investigata, in raport de complexitatea continutului coomologic. Initial consideram cazul cuplajului dintre un singur camp Pauli-Fierz si un camp vectorial fara masa. In acest caz vom calcula termenii de interactie pana in ordinul doi in constanta de cuplaj k si vom gasi doua solutii distincte. Prima solutie ne conduce la Lagrangianul complet de interactie in $D > 2$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_I^{(\text{int})} = & -\frac{1}{4}\sqrt{-g}g^{\mu\nu}g^{\rho\lambda}\bar{F}_{\mu\rho}\bar{F}_{\nu\lambda} + k\left(q_1\delta_3^D\varepsilon^{\mu_1\mu_2\mu_3}\bar{V}_{\mu_1}\bar{F}_{\mu_2\mu_3}\right. \\ & \left.+q_2\delta_5^D\varepsilon^{\mu_1\mu_2\mu_3\mu_4\mu_5}\bar{V}_{\mu_1}\bar{F}_{\mu_2\mu_3}\bar{F}_{\mu_4\mu_5}\right), \end{aligned}$$

care respecta regulile standard ale Relativitatii Generale. Cea de-a doua solutie este mai exotica: aceasta evolueaza intr-un spatiu-timp de dimensiune $D = 3$, produce polinoame in ordinul doi in constanta de cuplaj (spre deosebire de primul caz unde aveam serii de puteri) si cuplajele sunt termeni de interactie care pot fi scrisi in termenii unui tensor deformat (al campului vectorial fara masa) de forma

$$\mathcal{L}_{II}^{(\text{int})} = -\frac{1}{4}F'^{\mu\nu}F'_{\mu\nu}, \quad F'_{\mu\nu} = F_{\mu\nu} + 2k\varepsilon_{\mu\nu\rho}\partial^{[\theta}h^{\rho]}$$

Prin contrast cu Relativitatea Generala, unde toate simetriile gauge sunt deformate, aici doar cele corespunzatoare campului vectorial sunt modificate prin termeni in ordinul unu in constanta de cuplaj care implica parametrii gauge ai campului Pauli-Fierz, in timp ce campul de spin doi isi pastreaza simetriile gauge originale, adica versiunea liniarizata a difeomorfismelor. Din cate stim, *aceasta este prima situatie in care versiunea liniarizata a campului de spin doi permite cuplaje netriviale, diferite de cele ale Relativitatii Generale, care satisfac toate ipotezele de lucru, inclusiv pe cele legate de ordinul derivativ.* In continuare ne concentram pe investigarea cuplajelor intre gravitoni diferiti intermediare de un camp vectorial fara masa. Pentru aceasta pornim de la o suma finita de actiuni Pauli-Fierz cu o metrica pozitiv definita in spatiul intern si un camp vectorial fara masa. Analiza coomologica ne furnizeaza din nou doua cazuri. Primul este legat de interactiile standard din Relativitatea Generala si nu conduce la interactii consistente intre gravitoni diferiti (cu o metrica pozitiv definita in spatiul intern) in prezenta unui camp vectorial fara masa. Cel mult un graviton poate fi cuplat la campul vectorial printr-un Lagrangian asemanator cu $\mathcal{L}_I^{(\text{int})}$, in timp ce fiecare din celelalte campuri de spin doi pot interactiona doar cu ele inele printr-o actiune de tip Einstein-Hilbert cu un termen cosmologic. Ultimul caz pare sa descrie niste tipuri noi de cuplaje in $D = 3$, care par sa permita cuplaje intre gravitoni diferiti. Lagrangianul cuplat este, ca si in cazul unui singur graviton, un polinom in ordinul doi in constanta de cuplaj, obtinut prin deformarea tensorului campului gauge vectorial

$$\hat{\mathcal{L}}_{II}^{(\text{int})} = -\frac{1}{4}\hat{F}^{\mu\nu}\hat{F}_{\mu\nu}, \quad \hat{F}^{\mu\nu} = F^{\mu\nu} + 2k\varepsilon^{\mu\nu\rho}\sum_{A=1}^n\left(y_3^A\partial_{[\theta}h_{\rho]}^A\theta\right),$$

unde y_3^A sunt niste constante arbitrare nenule. Totusi, aceste interactii aparente pot fi decuplate printr-o transformare liniara si ortogonală a campurilor de spin doi, caz in care $\hat{\mathcal{L}}_{II}^{(\text{int})}$ devine $\mathcal{L}_{II}^{(\text{int})}$, cu $h_{\mu\nu}$ inlocuiti de exemplu cu primul camp de spin doi transformat

din colectie. In consecinta, nici in acest caz nu avem interactii consistente indirecte intre gravitonii diferiti. La ultimul pas aratam ca toate rezultatele noi obtinute in cazul unui camp vectorial fara masa pot fi generalizate pentru o p -forma arbitrara. Mai precis daca pornim de la o actiune libera care descrie o p -forma Abeliană si un singur camp Pauli-Fierz, atunci *este posibil sa construim niste deformari noi in $D = p + 2$ care sunt consistente in toate ordinele in constanta de cuplaj si nu se supun regulilor Realtivitatii Generale*. Este important de remarcat ca toate ipotezele de lucru, inclusiv cea legata de ordinul derivativ, sunt indeplinite. Sunt cateva consecinte fizice ale acestor cuplaje, ca de exemplu aparitia unei curburi scalare liniarizate constante daca permitem un termen cosmologic sau modificarea legii de conservare initiale de ordin $(p + 1)$ pentru p -forma prin termeni care contin campul de spin doi. Relativ la o colectie de campuri de spin doi, gasim ca Lagrangianul de spin doi nu permite cuplaje intre gravitoni diferiti intermediare de o p -forma, nici in cazul Realtivitatii Generale nici in cazul special $(p + 2)$ -dimensional. **Rezultatele din acest capitol sunt complet originale si sunt incluse in lucrarea [2]**

Scopul capitolului al patrulea este de a investiga interactiile consistente intr-o colectie de campuri tensoriale nemasive, fiecare avand simetria mixta a unei diagrame Young cu doua coloane de tipul $(3, 1)$, si un camp vectorial, respectiv o p -forma. Analiza noastra tine cont de rezultatele privind coomologia BRST locala pentru un singur camp tensorial nemasiv cu simetria mixta $(3, 1)$ si, de fapt, generalizeaza rezultatele privind interactiile dintre un singur camp tensorial nemasiv de tip $(3, 1)$ si un camp vectorial. In ipotezele de lucru generale precizate anterior, gasim o deformare a solutiei ecuatiei master care genereaza cuplaje efective netriviiale cu o p -forma. Acest caz corespunde unui spatiu-timp $(p + 4)$ -dimensional si este descris de o solutie deformata care se opreste in ordinul doi in constanta de cuplaj. Actiunea Lagrangiana de interactie contine numai termeni de interactie de ordinul unu si doi in constanta de cuplaj, *insa numai un singur camp cu simetrie mixta din colectie se cupleaza cu p -forma, in timp ce celelalte campuri raman libere*. La nivelul transformarilor gauge, doar cele ale p -formeii se modifica in ordinul unu in constanta de cuplaj printr-un termen liniar in derivatele de ordin unu antisimetrizate ale unui parametru gauge din sectorul $(3, 1)$, astfel incat algebra gauge si structura de reductibilitate a modelului cuplat nu se modifica in timpul procedurii de deformare, fiind aceeasi ca in cazul actiunii de libere corespunzatoare. Rezultatul nostru este interesant deoarece *prezinta similaritati importante cu gravitonii Einstein din Realtivitatea Generala, in sensul ca niciun fel de interactii netriviiale nu sunt permise intre campuri diferite de simetrie mixta, fie direct, fie intermediare de o p -forma*. **Rezultatele din acest capitol sunt complet originale si sunt incluse in lucrarile [3] si [5].**

Capitolul al cincilea este dedicat constructiei interactiilor dintre unul sau mai multe campuri de spin doi nemasive (descrise in limita libera de o suma de actiuni de tip Pauli-Fierz) si un camp masiv de tip Rarita-Schwinger. Este binecunoscut faptul ca teoria de spin doi in formularea metrica (teoria Einstein-Hilbert) nu poate fi cuplata cu un camp de spin $3/2$. Cu toate acestea, asa cum vom arata mai jos, daca descompunem metrica de forma $g_{\mu\nu} = \sigma_{\mu\nu} + \lambda h_{\mu\nu}$, unde $\sigma_{\mu\nu}$ este metrica flat si λ este constanta de cuplaj, atunci putem intr-adevar cupla campul de spin $3/2$ masiv cu $h_{\mu\nu}$ in spatiul formal al seriilor cu ordinul maxim al derivatelor egal cu unu in $h_{\mu\nu}$. Astfel, abordarea noastra vizeaza doua aspecte diferite. Unul este legat de cuplajul dintre campurile de spin doi si un camp Rarita-Schwinger masiv, in timp ce celalalt aspect este legat de demonstrarea imposibilitatii interactiilor intre gravitoni

diferiti intermediare de un singur camp masiv Rarita-Schwinger. Pentru a face analiza cat mai simpla vom considera initial cazul cuplajului dintre un singur camp Pauli-Fierz si un camp Rarita-Schwinger masiv. Vom calcula termenii de interactie pana in ordinul doi al constantei de cuplaj. In continuare, vom demonstra izomorfismul intre coomologiile BRST locale corespunzatoare actiunii Pauli-Fierz si respectiv versiunii liniarizate a formularii de vierbein a campului de spin doi. Din moment ce procedura de deformare este controlata de coomologia BRST locala a teoriei libere (la numar de ghost zero si unu), izomorfismul anterior ne permite sa translatam rezultatele din formularea Pauli-Fierz in formularea de tip vierbein si invers. In acest fel, obtinem ca primele doua ordine ale Lagrangianului de interactie ce rezulta din calculele noastre isi au originea in dezvoltarea Lagrangianului de interactie

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{(\text{int})} = & \frac{e}{2} \left(-i\bar{\psi}_\mu e_a^\mu e_b^\nu e_c^\rho \gamma^{abc} D_\nu \psi_\rho + m\bar{\psi}_\mu e_a^\mu \gamma^{ab} e_b^\nu \psi_\nu \right) \\ & + \lambda \left[eV(X, Y, Z) + d_1(X, Y, Z) e_a^\nu \bar{\psi}_\nu \gamma^a D_\mu (e\psi^\mu) \right. \\ & \left. + ed_2(X, Y, Z) (\bar{\psi}^\mu \gamma^b + e_a^\mu e_b^\rho \bar{\psi}^\rho \gamma^a) D_\mu (e_b^\nu \psi_\nu) \right]. \end{aligned}$$

Aici, e_a^μ reprezinta campurile vierbein, e este inversa determinantului acestora, $e = (\det(e_a^\mu))^{-1}$, D_μ semnifica derivata covarianta, iar γ^a sunt matricile Dirac cu indici flat. Campurile ψ_ν reprezinta spinorii Rarita-Schwinger cu indici curbi ($\psi_\nu = e_a^\nu \psi_a$). Marimile notate prin V , d_1 sau d_2 sunt polinoame arbitrare de $X \equiv \bar{\psi}_a \psi^a$, $Y \equiv \bar{\psi}_a \gamma^{ab} \psi_b$ si $Z = i\bar{\psi}_a \gamma_5 \psi^a$. In acest capitol vom nota constanta de cuplaj (parametrul de deformare) cu λ . Observam ca primii doi termeni din $\mathcal{L}^{(\text{int})}$ descriu cuplajele minimale standard intre campurile de spin doi si campurile Rarita-Schwinger masive. Ultimii termeni din $\mathcal{L}^{(\text{int})}$, mai precis cei proportionali cu V , d_1 sau d_2 , genereaza cuplaje neminimale. Din cate stim, aceste interactii neminimale nu au mai fost discutate in literatura. Cu toate acestea, acesti termeni sunt consistenti cu simetriile gauge ale Lagrangianului $\mathcal{L}_2 + \mathcal{L}^{(\text{int})}$, unde \mathcal{L}_2 este Lagrangianul complet al campului de spin doi in formularea de vierbein. Odata demonstrat acest rezultat, pornim de la o suma de actiuni de tip Pauli-Fierz cu o metrica pozitiv definita in spatiul intern si un camp Rarita-Schwinger masiv si demonstram ca nu putem avea interactii consistente intre gravitoni diferiti in prezenta unui astfel de camp fermionic masiv. **Rezultatele prezentate in acest capitol sunt complet originale si sunt continute in lucrarile [1] si [4].**

Ultimul capitol prezinta concluziile de baza ale lucrarii.

Bibliografie

- [1] C. Bizdadea, E. M. Cioroianu, **D. Cornea**, S. O. Saliu, S. C. Sararu. Eur. Phys. J. C48 (2006) 265-289
- [2] C. Bizdadea, E. M. Cioroianu, **D. Cornea**, E. Diaconu, S. O. Saliu, S. C. Sararu. Nuclear Physics B 794:442-494,2008.
- [3] C. Bizdadea, **D. Cornea**, S.O. Saliu J. Phys. A: Math. Theor. 41 (2008) 285202
- [4] C. Bizdadea, E. M. Cioroianu, **D. Cornea**, A. C. Lungu, S. O. Saliu, S. C. Săraru Physics AUC 16 (part II) (2006), 168-193

[5] C. Bizdadea, **D. Cornea**, S. O. Saliu, Interactions in theories with many massless tensors with the mixed symmetry $(3,1)$. Case of couplings with a vector field, Proceedings of the "6th International School and Workshop on Quantum Field Theory & Hamiltonian Systems", 6-11 May 2008, Calimanesti-Caciulata, Romania, Annals of the University of Craiova, Physics AUC 18 (2008) 230-237, ISSN 1223-6039

[6] C. Bizdadea, E. M. Cioroianu, **D. Cornea**, E. Diaconu, S. O. Saliu, S. C. Sararu, Physics AUC 18 (2008) 151-165