

UNIVERSITATEA DIN CRAIOVA  
FACULTATEA DE FIZICA

COSTIN CĂTĂLIN CIOBÎRCĂ

REZUMATUL TEZEI DE DOCTORAT  
CAMPURI TENSORIALE CU SIMETRII MIXTE

Conducator stiintific  
Prof. dr. CONSTANTIN BIZDADEA

CRAIOVA  
2006

# Cuprins

- 1 Introducere
- 2 Notiuni preliminare
  - 2.1 Invariante gauge, formalism BRST
  - 2.2 Coomologia diferentialei exterioare spatio-temporale  $d$
  - 2.3 Coomologii BRST locale
  - 2.4 Interactii
  - 2.5 Teorii de camp cu spin mai mare decat unu
- 3 Tensorul cu simetrie (3,1)
  - 3.1 Modelul liber: actiunea Lagrangiana, simetriile gauge
  - 3.2 Ecuatii de camp, tensorul de curbura
  - 3.3 Interpretarea modelului liber in termenii tricomplexelor
  - 3.4 Simetria BRST a modelului liber
    - 3.4.1 Algebra BRST
    - 3.4.2 Calculul coomologiilor  $H(\gamma)$  si  $H(\delta|d)$
  - 3.5 Coomologii locale
- 4 Interactii ale tensorului cu simetria (3, 1)
  - 4.1 Self-interactii
    - 4.1.1 Cazul  $I = 4$
    - 4.1.2 Cazul  $I = 3$
    - 4.1.3 Cazul  $I = 2$
    - 4.1.4 Cazul  $I = 1$
    - 4.1.5 Cazul  $I = 0$
  - 4.2 Interactii cu modelul Pauli-Fierz
    - 4.2.1 Modelul liber si simetria BRST
    - 4.2.2  $H(\gamma)$  si  $H(\delta|d)$
    - 4.2.3 Cazul  $I = 4$
    - 4.2.4 Cazul  $I = 3$
    - 4.2.5 Cazul  $I = 2$
    - 4.2.6 Cazul  $I = 1$
    - 4.2.7 Cazul  $I = 0$
  - 4.3 Interactii cu campurile de materie
    - 4.3.1 Modelul liber si simetria BRST
    - 4.3.2  $H(\gamma)$  si  $H(\delta|d)$
    - 4.3.3 Cazul  $I = 1$
    - 4.3.4 Deformari de ordin superior
  - 4.4 Interactii cu un camp vectorial

- 4.4.1 Modelul liber si simetria BRST
- 4.4.2 Deformarea de ordinul unu
- 4.4.3 Deformari de ordin superior
- 4.4.4 Concluzii
- 5 Tensorul cu simetrie (2,2)
  - 5.1 Modelul liber
  - 5.2 Interpretarea modelului liber in termenii tricomplexelor
  - 5.3 Simetria BRST a modelului liber
    - 5.3.1 Algebra BRST
    - 5.3.2 Calculul coomologiilor  $H(\gamma)$  si  $H(\delta|d)$
- 6 Interactii ale campului tensorial cu simetria mixta (2, 2)
  - 6.1 Self-interactii
    - 6.1.1 Cazul  $I = 2$
    - 6.1.2 Cazul  $I = 0$
  - 6.2 Interactii cu teoria Pauli-Fierz
    - 6.2.1 Teoria libera. Deformarea de ordinul unu
    - 6.2.2 Cazul  $I = 3$
    - 6.2.3 Cazul  $I = 2$
    - 6.2.4 Cazul  $I = 1$
    - 6.2.5 Cazul  $I = 0$
  - 6.3 Interactii cu campuri de materie
  - 6.4 Interactii cu un camp vectorial fara masa
    - 6.4.1 Modelul liber si simetria BRST
    - 6.4.2 Deformarea de ordinul unu
    - 6.4.3 Deformari de ordin superior
  - 6.5 Interactii cu o 2-forma abeliana
- 7 Tensorul cu simetrie  $(k, k)$ 
  - 7.1 Constructia modelului liber
  - 7.2 Constructia formularii Lagrangiene dintr-un tricomplex generalizat
    - 7.2.1 Invarianta gauge
    - 7.2.2 Actiunea Lagrangiana
    - 7.2.3 Relatia cu tensorul de curbura
    - 7.2.4 Coomologia generalizata a tricomplexului
  - 7.3 Simetria BRST
    - 7.3.1 Constructia complexului diferential BRST
    - 7.3.2 Coomologia derivatei exterioare longitudinale
    - 7.3.3 Coomologia locala a diferentialei Koszul-Tate

## REZUMAT

**Cuvinte cheie:** Teoria cuantica a campului, coomologia Becchi-Rouet-Stora-Tyutin (BRST) locala, Fizica matematica.

Campurile tensoriale cu simetrie mixta se transforma dupa reprezentarile ireductibile ale grupului  $GL(D, \mathbb{R})$  corespunzatoare diagramelor Young cu cel putin doua coloane. Acest tip de campuri este implicat in multe teorii fizice importante, cum ar fi superstringurile, modelele de tip supergravitatie sau sistemele supersimetrice de spin superior. Unul dintre cele mai importante aspecte legate de acest tip de modele gauge il constituie analiza interactiilor consistente, atat intre ele, cat si cu teorii de spin superior. Cea mai buna metoda de rezolvare a ultimei problematici la nivel Lagrangian este indiscutabil cea coomologica, bazata pe teoria deformarii sau, mai precis, pe deformarea solutiei ecuatiei master clasice. Aceasta metoda presupune reformularea problemei constructiei interactiilor consistente in teorii cu invariante gauge ca o problema a deformarii solutiei ecuatiei master clasice si rezolvarea ecuatiilor de deformare cu ajutorul coomologiei Becchi-Rouet-Stora-Tyutin (BRST) locale a teoriei libere.

In aceasta lucrare vom aborda problema constructiei unor clase de teorii gauge cu tensori cu simetrii mixte in interactie utilizand metoda deformarii solutiei ecuatiei master si tehnici specifice de coomologie locala. Ipotezele de baza in care construim interactiile mentionate anterior sunt: localitatea spatio-temporala, invarianta Poincaré, netezimea deformarii in constanta de cuplaj si conservarea numarului de derivate pentru fiecare camp.

Problemele de baza considerate in lucrare pot fi sintetizate in: 1) analiza self-interactiilor pentru anumite clase de teorii gauge cu tensori cu simetrii mixte; 2) investigarea cuplajelor dintre unele modele cu tensori cu simetrii mixte si campurile de materie; 3) evaluarea existentei interactiilor dintre unele clase de teorii gauge cu tensori cu simetrii mixte si campul Pauli-Fierz; 4) constructia cuplajelor dintre doua tipuri de campuri tensoriale cu simetrii mixte si  $p$ -forme, pentru anumite valori ale lui  $p$ . Aceste rezultate sunt continute in lucrarile [1]–[9].

Lucrarea este structurata in opt capitole si bibliografie. Primul capitol este introductiv, iar capitolul 2 are un caracter monografic, cu rolul de a

introduce notiunile de baza, metodele generale si rezultatele esentiale din literatura care vor fi in continuare utilizate in teza. Astfel, se trec in revista aspecte legate de teoriile gauge si simetria BRST antiparanteza-anticamp asociata, de coomologiile diferentialei exterioare in spatiu-timp si de tip BRST, de reformularea problemei interactiilor consistente ca o problema a deformarii solutiei ecuatiei master, precum si de cadrul general al descrierii campurilor tensoriale cu simetrii mixte din perspectiva complexelor diferentiale generalizate.

Urmatoarele cinci capitole expun contributiile originale ale autorului in domeniul tezei. Mai precis, capitolele 3 si 4 se ocupa de campul tensorial nemasiv cu simetria mixta  $(3,1)$ , capitolele 5 si 6 de campul tensorial nemasiv cu simetria mixta a tensorului Riemann, iar capitolul 7 generalizeaza unele aspecte din capitolele cinci si sase la nivelul campurilor tensoriale nemasive cu simetria mixta corepunzatoare unei diagrame Young rectangulare (maximale) cu doua coloane.

Astfel, in capitolul 3 se urmareste in special descrierea teoriei libere a campului tensorial nemasiv cu simetria mixta  $(3,1)$ . Un punct important al acestui capitol il reprezinta interpretarea modelului liber in termenii unui operator nilpotent de ordinul trei care actioneaza in spatiul vectorial al campurilor tensoriale cu simetrii mixte asociate unei secvente maximale de diagrame Young cu doua coloane. In continuare se construiesc simetria BRST asociata modelului liber, dupa care se calculeaza coomologiile de baza care intervin in componenta coomologiei BRST locale a teoriei libere, si anume coomologia diferentialei exterioare longitudinale si coomologia locala relevanta a diferentialei Koszul-Tate (numita si coomologie caracteristica), inclusiv coomologia caracteristica invarianta. Rezultatele sunt prezentate sub forma de teoreme, leme si corolare, care sunt demonstrate in detaliu. Capitolul se incheie cu studiul unor proprietati generale ale cocicliilor din coomologia BRST locala pentru modelul liber ales. Capitolul 4 este dedicat analizei interactiilor consistente in teorii care contin in spectrul de campuri un singur camp tensorial nemasiv cu simetria mixta  $(3,1)$ . Astfel, se prezinta, in ordine, studiul self-interactiilor si respectiv al cuplajelor cu modelul Pauli-Fierz, cu o teorie generica de materie si cu un camp gauge vectorial. Principalele rezultate relativ la cuplajele mentionate pot fi sintetizate astfel: in ipotezele de lucru generale considerate, nu exista nici self-interactii consistente netriviiale si nici cuplaje consistente cu modelul Pauli-Fierz sau cu o teorie de materie. In schimb, in cinci dimensiuni spatio-temporale apar termeni de cuplaj netriviiali in cazul campului gauge vectorial, care se manifesta

prin aparitia unor componente de ordinul unu si doi in constanta de cuplaj care mixeaza cele doua sorturi de campuri si prin deformarea transformarilor gauge ale campului vectorial nemasiv in ordinul unu in constanta de cuplaj prin termeni care contin parametri gauge din sectorul (3,1). Rezultatele din aceste capitole sunt continute in lucrarile [1], [7].

Capitolele 5 si 6 urmaresc linia generala a capitolelor trei si patru, dar pentru un camp liber nemasiv cu simetria mixta (2,2). Se demonstreaza urmatoarele rezultate, valabile in contextul ipotezelor generale de lucru mentionate: (i) self-interactiile campului tensorial cu simetria mixta (2,2) nu modifica nici algebra gauge abeliana initiala si nici transformarile gauge originale si, in fapt, se reduc la aparitia unui termen de tip cosmologic; (ii) nu exista interactii consistente dintre un astfel de camp si modelul Pauli-Fierz; (iii) nu apar cuplaje consistente cu teoriile de materie care sa ‘inzestreze’ campurile de materie cu transformari gauge; (iv) nu putem adauga termeni de interactie consistenti intre campul nemasiv cu simetria mixta a tensorului Riemann si  $p$ -formele abeliene in cazurile  $p = 1$  si respectiv  $p = 2$ . Materialul prezentat in aceste capitole este inclus in lucrarile [2], [3], [8], [9].

Capitolul 7 generalizeaza aspectele expuse in capitolele 5 si 6, si anume isi propune investigarea ingredientelor de baza implicate in structura cocicliilor din coomologia BRST locala pentru un singur camp tensorial nemasiv cu simetria mixta  $(k, k)$ . In vederea atingerii acestui scop, initial se expune formularea Lagrangeana a unui astfel de camp tensorial din principiul general al invariantei gauge, dupa care se analizeaza sistematic aceasta formulare in cadrul complexului diferential generalizat bazat pe un operator nilpotent de ordinul trei. In continuare, se obtine simetria BRST antiparanteza-anticamp a modelului liber, care se reduce la suma dintre diferentia Koszul-Tate si diferentia exteriora longitudinala. In ultima parte a acestui capitol se trece la abordarea BRST coomologica a teoriei considerate si se demonstreaza urmatoarele rezultate: (a) coomologia diferentialei exterioare longitudinale este netriviala doar la valori ale numarului pure de ghost de tipul  $kl$ , cu  $l$  numar natural; (b) coomologiile diferentialei exterioare spatio-temporale  $d$  calculate in spatiul polinoamelor invariante si respectiv in coomologia diferentialei exterioare longitudinale sunt triviale la numere de antighost strict pozitive si la gradul forme strict mai mic decat  $D$ ; (c) la valori strict pozitive ale numarului de antighost, putem intotdeauna inlocui cociclii din coomologia locala a diferentialei exterioare longitudinale direct prin cocicli din coomologia diferentialei exterioare longitudinale; (d) coomologia caracteristica invarianta este triviala la numere de antighost strict mai mari decat  $(k + 1)$ ; (e) orice cociclu

din coomologia BRST locala cu numar de ghost bine definit,  $g$ , si cu gradul formei  $D$  poate fi ales sa se opreasca la o valoare maxima a numarului de antighost egala cu  $k$  sau respectiv  $(k + 1)$  (dupa cum  $g + k + 1 \neq kl$  sau respectiv  $g + k + 1 = kl$ ); (f) piesa netriviala cu numar de antighost maxim a oricarui astfel de cociclu poate fi intotdeauna aleasa din coomologia diferentialei exterioare longitudinale, cu niste coeficienti care sunt elemente netriviale din coomologia caracteristica invarianta. Este important de mentionat ca proprietatile coomologice anterioare sunt suficiente pentru a demonstra imposibilitatea self-interactiilor pentru un singur camp tensorial cu simetria mixta  $(k, k)$ , precum si inexistentia cuplajelor cu modelul Pauli-Fierz sau cu o teorie generica de materie. Continutul acestui capitol se bazeaza pe lucrarile [4]–[6]. Ultimul capitol prezinta concluziile de baza ale lucrarii.

### Bibliografie selectiva

- [1]C. Bizdadea, C. C. Ciobirca, E. M. Cioroianu, I. Negru, S. O. Saliu, S. C. Sararu, JHEP **0310** (2003) 019
- [2]C. Bizdadea, C. C. Ciobirca, E. M. Cioroianu, S. O. Saliu, S. C. Sararu, Eur. Phys. J. **C36** (2004) 253
- [3]C. Bizdadea, C. C. Ciobirca, E. M. Cioroianu, S. O. Saliu, S. C. Sararu, Int. J. Geom. Meth. Mod. Phys. **1** (2004) 335
- [4]C. C. Ciobirca, E. M. Cioroianu, S. O. Saliu, Int. J. Mod. Phys. **A19** (2004) 4579
- [5]C. C. Ciobirca, E. M. Cioroianu, S. O. Saliu, Rom. J. Phys. **50** (2005) 267
- [6]C. C. Ciobirca, S. O. Saliu, in Trends in field theory research, ed. O. Kovras, Nova Science Publishers Inc., New York 2005, pp. 43-62
- [7]C. Bizdadea, C. C. Ciobirca, I. Negru, S. O. Saliu, Couplings between a single massless tensor field with the mixed symmetry  $(3,1)$  and one vector field, Phys. Rev. **D74** (2006) 045031
- [8]C. Bizdadea, C. C. Ciobirca, E. M. Cioroianu, S. O. Saliu, Interactions between a massless tensor field with the mixed symmetry of the Riemann tensor and a massless vector field, J. Phys. **A: Math. Gen.** **39** (2006) 10549
- [9]C. Bizdadea, C. C. Ciobirca, I. Negru, S. O. Saliu, Interactions between a massless tensor field with the mixed symmetry  $(2, 2)$  and a two-form gauge field, Analele Universitatii de Vest din Timisoara, seria Fizica, **48** (2006) 50-57