UNIVERSITATEA DIN CRAIOVA
FACULTATEA DE FIZICĂ

ELENA-MIRELA BĂBĂLÎC

“Simetrii, supersimetrii şi coomologii în teoriile gauge”

–Rezumatul tezei de doctorat–

Conducător ştiinţific
Prof. Dr. SOLANGE-ODILE SALIU

2009

1 Problemele abordate. Metoda şi ipotezele de lucru

In teza sunt abordate urmatoarele probleme de baza: a) determinarea interactiilor intr-o clasa particulara de modele topologice de camp de tip BF in $D = 2$ dimensiuni spatio-temporale; b) investigarea tuturor cuplajelor in $D \geq 5$ dimensiuni dintre un singur camp tensorial nemasiv cu simetria mixta $(3, 1)$ si unul cu simetria mixta a tensorului Riemann; c) evaluarea existentei interactiilor in $D \geq 5$ dimensiuni dintre doua colectii diferite de campuri tensoriale nemasive cu simetriile mixte $(3, 1)$ si $(2, 2)$; d) studiul relatiei dintre sarcinile BRST obtinute in formalismul pur spinorial si respectiv κ-simetric pentru superparticula si supermembrana in $D = 11$ dimensiuni.

Metoda de lucru pe care o vom utiliza in primele trei cazuri se bazeaza pe rezolvarea ecuatiilor care descriu deformarea solutiei ecuatiei master [1] prin intermediul tehnicilor coomologice [2]–[4], pe cand in al patrulea caz vom determina sarcina BRST prin tehnici specifice formalismului BRST hamiltonian.

Ipotezele de baza in care construim interactiile mentionate anterior sunt: localitatea spatio-temporala, invarianta Poincaré, covarianta Lorentz, analiticitatea deformarii in constanta de cuplaj si conservarea numarului de derivate pentru fiecare camp. Primele doua ipoteze implica faptul ca teoria cu interactie trebuie sa fie locala in spatiu-timp si invarianta Poincaré. Analiticitatea deformarii se refera la faptul ca solutia deformata a ecuatiei master este analitica in constanta de cuplaj si se reduce la solutia corespunzatoare teoriei libere in limita anularii constantei de cuplaj. Conservarea numarului de derivate pentru fiecare camp implica doua aspecte care trebuie satisfacute simultan: (i) pentru fiecare camp, ordinul ecuatiilor de miscare deduse din teoria libera trebuie sa fie acelasi cu ordinul ecuatiilor de miscare deduse din teoria cu interactie; (ii) numarul maxim de derivate care apar in vertexurile de interactie nu poate sa depaseasca numarul maxim de derivate care apare in Lagrangianul teoriei libere.

2 Rezultate obţinute

In continuare vom prezenta pe scurt rezultatele obtinute.

2.1 Interacţii în două dimensiuni pentru o clasă particulară de modele BF

Pornim de la actiunea lagrangeana a unui model liber in doua dimensiuni spatio-temporale

$$S_0[A_{\mu\lambda}, B^\lambda] = \int \varepsilon^{\mu\nu} A_{\mu\lambda} \partial_\nu B^\lambda d^2x, \tag{1}$$

unde campurile bosonice $A_{\mu\lambda}$ si B^λ sunt un tensor de grad doi si respectiv un camp vectorial. Intre indicii lui $A_{\mu\lambda}$ nu exista nicio relatie de simetrie sau antisimetrie. Utilizam tensorul metric $\sigma_{\mu\nu} = \mathrm{diag}(+-) = \sigma^{\mu\nu}$ si definim simbolul Levi–Civita in doua dimensiuni $\varepsilon^{\mu\nu}$ prin conventia $\varepsilon^{01} = +1$. Actiunea (1) este invarianta la setul generator de transformari gauge

$$\delta_\epsilon A_{\mu\lambda} = \partial_\mu \epsilon_\lambda, \qquad \delta_\epsilon B^\lambda = 0, \tag{2}$$

in care parametrii gauge ϵ_λ sunt bosonici. In cazul in care indicele Lorentz λ este inlocuit de alt tip de indici, de exemplu cu un indice de colectie discret $a = \overline{1, N}$, actiunea (1) se reduce la o suma de N modele topologice de camp abeliene de tip BF. Cu alte cuvinte, actiunea libera (1) descrie tocmai o colectie de doua modele topologice de camp abeliene de tip BF in $D = 2$ cu un spectru maximal de campuri, doua unu-forme si doua campuri scalare, in care indicele de colectie este Lorentz.

Setul generator de transformari gauge (2) ale actiunii libere este ireductibil, iar algebra gauge asociata este abeliana. Ecuatiile de camp corespunzatoare actiunii (1) sunt liniare in campuri, iar generatorii gauge sunt independenti de campuri, deci modelul liber studiat este o teorie gauge liniara cu ordinul Cauchy egal cu doi.

Rezultatele de baza privitoare la abordarea coomologica a interactiilor consistente pentru acest model pot fi formulate astfel:

A) In ipotezele de lucru mentionate anterior, deducem actiunea lagrangeana a teoriei cuplate

$$\bar{S}_0\left[A_{\mu\lambda}, B^{\lambda}\right] = \int \left[\varepsilon^{\mu\nu} A_{\mu\lambda}\left(\partial_\nu B^{\lambda} + \frac{1}{2} g W^{\lambda\rho} A_{\nu\rho}\right)\right] d^2x, \tag{3}$$

unde doi-tensorul antisimetric $W^{\lambda\rho}$ trebuie sa satisfaca relatiile

$$W^{\alpha[\sigma} \frac{\delta W^{\lambda\rho]}}{\delta B^{\alpha}} = 0; \tag{4}$$

B) Relatiile (4) au solutia

$$W^{\lambda\rho}\left(B^{\mu}\right) = \varepsilon^{\lambda\rho} W\left(B^{\mu}\right), \tag{5}$$

unde $W\left(B^{\mu}\right)$ este o functie scalara neteda care depinde numai de campul vectorial nederivat B^{μ}. In aceste conditii, tensorul $W^{\lambda\rho}$ capata interpretare geometrica, reprezentand doi-tensorul Poisson asociat unei varietati Poisson parametrizata local de coordonatele vectoriale $\left\{B^{\lambda}\right\}$;

C) Vertexurile de interactie

$$\frac{1}{2} g \varepsilon^{\mu\nu} A_{\mu\lambda} W^{\lambda\rho} A_{\nu\rho} \tag{6}$$

sunt patratice in campul tensorial de grad doi din colectie, liniare in componentele tensorului Poisson si rup invarianta PT a actiunii lagrangeene cuplate;

D) Actiunea (3) este invarianta la transformarile gauge deformate

$$\bar{\delta}_\epsilon A_{\mu\nu} = \partial_\mu \epsilon_\nu + g \frac{\delta W^{\lambda\rho}}{\delta B^{\nu}} A_{\mu\lambda} \epsilon_\rho, \qquad \bar{\delta}_\epsilon B^{\lambda} = -g W^{\lambda\rho} \epsilon_\rho; \tag{7}$$

E) Algebra transformarilor gauge deformate (7) este deschisa, si nu abeliana ca in cazul liber;

F) Transformarile gauge (7) sunt ireductibile, ca si cele ale modelului liber.

2.2 Interacţii între un câmp tensorial nemasiv cu simetria mixtă $(3, 1)$ şi unul cu simetria mixtă a tensorului Riemann

Pornim de la actiunea lagrangeana libera in $D \geq 5$ dimensiuni spatio-temporale

$$S_0\left[t_{\lambda\mu\nu|\alpha}, r_{\mu\nu|\alpha\beta}\right] = S_0^{\mathrm{t}}\left[t_{\lambda\mu\nu|\alpha}\right] + S_0^{\mathrm{r}}\left[r_{\mu\nu|\alpha\beta}\right], \tag{8}$$

unde

$$
\begin{aligned}
S_0^{\mathrm{t}}\left[t_{\lambda\mu\nu|\alpha}\right] = & \int\left\{\frac{1}{2}\left[\left(\partial^\rho t^{\lambda\mu\nu|\alpha}\right)\left(\partial_\rho t_{\lambda\mu\nu|\alpha}\right)-\left(\partial_\alpha t^{\lambda\mu\nu|\alpha}\right)\left(\partial^\beta t_{\lambda\mu\nu|\beta}\right)\right]\right. \\
& -\frac{3}{2}\left[\left(\partial_\lambda t^{\lambda\mu\nu|\alpha}\right)\left(\partial^\rho t_{\rho\mu\nu|\alpha}\right)+\left(\partial^\rho t^{\lambda\mu}\right)\left(\partial_\rho t_{\lambda\mu}\right)\right] \\
& \left.+3\left(\partial_\alpha t^{\lambda\mu\nu|\alpha}\right)\left(\partial_\lambda t_{\mu\nu}\right)+3\left(\partial_\rho t^{\rho\mu}\right)\left(\partial^\lambda t_{\lambda\mu}\right)\right\} d^D x, \qquad (9)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
S_0^{\mathrm{r}}\left[r_{\mu\nu|\alpha\beta}\right] = & \int\left\{-\frac{1}{2}\left[\left(\partial_\mu r^{\mu\nu|\alpha\beta}\right)\left(\partial^\lambda r_{\lambda\nu|\alpha\beta}\right)+\left(\partial^\lambda r^{\nu\beta}\right)\left(\partial_\lambda r_{\nu\beta}\right)\right.\right. \\
& \left.+\left(\partial_\nu r^{\nu\beta}\right)\left(\partial_\beta r\right)\right]+\frac{1}{8}\left[\left(\partial^\lambda r^{\mu\nu|\alpha\beta}\right)\left(\partial_\lambda r_{\mu\nu|\alpha\beta}\right)+\left(\partial^\lambda r\right)\left(\partial_\lambda r\right)\right] \\
& \left.-\left(\partial_\mu r^{\mu\nu|\alpha\beta}\right)\left(\partial_\beta r_{\nu\alpha}\right)+\left(\partial_\nu r^{\nu\beta}\right)\left(\partial^\lambda r_{\lambda\beta}\right)\right\} d^D x. \qquad (10)
\end{aligned}
$$

Campul tensorial nemasiv $t_{\lambda\mu\nu|\alpha}$ prezinta simetria mixta $(3,1)$ (adica este antisimetric in primii trei indici si satisface identitatea $t_{[\lambda\mu\nu|\alpha]}\equiv 0$). Urma tensorului $t_{\lambda\mu\nu|\alpha}$ definita prin relatia $t_{\lambda\mu}=\sigma^{\nu\alpha}t_{\lambda\mu\nu|\alpha}$ este un tensor antisimetric, $t_{\lambda\mu}=-t_{\mu\lambda}$. Campul tensorial nemasiv $r_{\mu\nu|\alpha\beta}$ admite simetria mixta $(2,2)$ a tensorului Riemann liniarizat (adica este separat antisimetric in grupurile de indici $\{\mu,\nu\}$ si $\{\alpha,\beta\}$, simetric la permutarea perechilor $\{\mu,\nu\}\longleftrightarrow\{\alpha,\beta\}$ si satisface identitatea $r_{[\mu\nu|\alpha]\beta}\equiv 0$). Contractia de ordinul unu a campului tensorial original este un tensor simetric, $r_{\nu\beta}=\sigma^{\mu\alpha}r_{\mu\nu|\alpha\beta}$, iar cea de ordinul doi este un scalar, $r=\sigma^{\nu\beta}r_{\nu\beta}\equiv r^{\mu\nu}{}_{|\mu\nu}$. Conditia $D\geq 5$ este necesara pentru a asigura un numar nenegativ de grade fizice de libertate pentru aceasta teorie. Utilizam metrica Minkowski $\sigma^{\mu\nu}=\sigma_{\mu\nu}=$diag$(-++\cdots+)$.

Un set generator de transformari gauge pentru actiunea (8) poate fi ales de forma

$$
\begin{aligned}
\delta_{\epsilon,\chi}t_{\lambda\mu\nu|\alpha} &= 3\partial_\alpha\epsilon_{\lambda\mu\nu}+\partial_{[\lambda}\epsilon_{\mu\nu]\alpha}+\partial_{[\lambda}\chi_{\mu\nu]|\alpha}, \qquad (11)\\
\delta_\xi r_{\mu\nu|\alpha\beta} &= \partial_\mu\xi_{\alpha\beta|\nu}-\partial_\nu\xi_{\alpha\beta|\mu}+\partial_\alpha\xi_{\mu\nu|\beta}-\partial_\beta\xi_{\mu\nu|\alpha}. \qquad (12)
\end{aligned}
$$

Parametrul gauge $\epsilon_{\lambda\mu\nu}$ este un tensor bosonic complet antisimetric, arbitrar, in timp ce parametrii gauge $\chi_{\mu\nu|\alpha}$ si $\xi_{\mu\nu|\alpha}$ sunt de asemenea bosonici si arbitrari, insa au simetria mixta $(2,1)$ (sunt antisimetrici in primii doi indici si satisfac identitatile $\chi_{[\mu\nu|\alpha]}\equiv 0$ si $\xi_{[\mu\nu|\alpha]}\equiv 0$). Setul generator de transformari gauge (11) si (12) este reductibil de ordinul doi pe spatiul tuturor istoriilor de camp, iar algebra gauge asociata este abeliana, astfel incat acest model liber este o teorie gauge liniara cu ordinul Cauchy egal cu patru.

Concluziile de baza ale analizei coomologice a interactiilor consistente pentru aceasta teorie pot fi sintetizate in:

A) In ipotezele de lucru mentionate anterior, obtinem actiunea cea mai generala pentru teoria cu interactie

$$
\begin{aligned}
\bar{S}_0\left[t_{\lambda\mu\nu|\alpha},r_{\mu\nu|\alpha\beta}\right] = & S_0+g\int\left[r-2t_{\lambda\mu\nu|\rho}\varepsilon^{\lambda\mu\nu\alpha\beta\gamma}\left(\partial_\sigma\partial_\alpha r_{\beta\gamma|}{}^{\sigma\rho}-\frac{1}{2}\delta_\gamma^\rho\partial^\tau\partial_\alpha r_{\beta\tau}\right)\right. \\
& \left.-g\left(5r^{\lambda\rho|[\alpha\beta,\gamma]}r_{\lambda\rho|[\alpha\beta,\gamma]}-6r_{\lambda\rho|}{}^{[\alpha\beta,\rho]}r^{\lambda\sigma|}{}_{[\alpha\beta,\sigma]}\right)\right] d^6x, \qquad (13)
\end{aligned}
$$

unde S_0 este actiunea lagrangeana (8), dar in $D = 6$ dimensiuni spatio-temporale ($D = 6$ fiind singurul caz in care apar cuplaje consistente). Actiunea lagrangeana (13) nu contine vertexuri propriu-zise, ci numai termeni patratici care amesteca cele doua sorturi de campuri, in ordinul unu si respectiv doi in parametrul de deformare (plus un termen cosmologic);

B) Actiunea (13) este invarianta la transformarile gauge deformate

$$\begin{aligned}\bar{\delta}_{\epsilon,\chi,\xi} t_{\lambda\mu\nu|\alpha} &= 3\partial_\alpha \epsilon_{\lambda\mu\nu} + \partial_{[\lambda}\, \epsilon_{\mu\nu]\alpha} + \partial_{[\lambda}\, \chi_{\mu\nu]|\alpha} - 2g\varepsilon_{\lambda\mu\nu\rho\beta\gamma}(\partial^\rho \xi^{\beta\gamma|}{}_\alpha - \frac{1}{4}\delta^\gamma{}_\alpha \partial^{[\rho}\, \xi^{\beta\tau]|}{}_\tau), \quad (14)\\ \bar{\delta}_\xi r_{\mu\nu|\alpha\beta} &= \partial_\mu \xi_{\alpha\beta|\nu} - \partial_\nu \xi_{\alpha\beta|\mu} + \partial_\alpha \xi_{\mu\nu|\beta} - \partial_\beta \xi_{\mu\nu|\alpha} = \delta_\xi r_{\mu\nu|\alpha\beta}. \quad (15)\end{aligned}$$

Aceasta este prima situatie in care se modifica transformarile gauge ale campului tensorial cu simetria mixta $(3,1)$ in cursul procesului de deformare; campul tensorial cu simetria mixta $(2,2)$ este rigid la deformare, transformarile gauge ale acestuia ramanand nemodificate;

C) Algebra transformarilor gauge deformate (14)–(15) este abeliana, ca si in cazul liber;

D) Setul generator al transformarilor gauge deformate ramane reductibil de ordinul doi, insa se modifica partial structura reductibilitatii de ordinul unu. Structura reductibilitatii de ordinul doi pentru modelul cuplat se conserva fata de limita libera;

E) Impunerea cerintei suplimentare de invarianta PT la nivelul modelului cuplat conduce la eliminarea cuplajelor mentionate.

2.3 Interacţii între colecţii de câmpuri tensoriale nemasive cu simetriile mixte $(3,1)$ şi $(2,2)$

Pornim de la o teorie libera in $D \geq 5$ care descrie doua colectii finite de campuri tensoriale nemasive libere cu simetriile mixte $(3,1)$ si respectiv $(2,2)$, cu actiunea lagrangeana

$$S_0\left[t^A_{\lambda\mu\nu|\alpha}, r^a_{\mu\nu|\alpha\beta}\right] = S^{\rm t}_0\left[t^A_{\lambda\mu\nu|\alpha}\right] + S^{\rm r}_0\left[r^a_{\mu\nu|\alpha\beta}\right], \quad (16)$$

unde

$$\begin{aligned}S^{\rm t}_0\left[t^A_{\lambda\mu\nu|\alpha}\right] &= \int\Big\{\frac{1}{2}\left[\left(\partial^\rho t_A^{\lambda\mu\nu|\alpha}\right)\left(\partial_\rho t^A_{\lambda\mu\nu|\alpha}\right) - \left(\partial_\alpha t_A^{\lambda\mu\nu|\alpha}\right)\left(\partial^\beta t^A_{\lambda\mu\nu|\beta}\right)\right]\\ &\quad -\frac{3}{2}\left[\left(\partial_\lambda t_A^{\lambda\mu\nu|\alpha}\right)\left(\partial^\rho t^A_{\rho\mu\nu|\alpha}\right) + \left(\partial^\rho t_A^{\lambda\mu}\right)\left(\partial_\rho t^A_{\lambda\mu}\right)\right]\\ &\quad +3\left[\left(\partial_\alpha t_A^{\lambda\mu\nu|\alpha}\right)\left(\partial_\lambda t^A_{\mu\nu}\right) + \left(\partial_\rho t_A^{\rho\mu}\right)\left(\partial^\lambda t^A_{\lambda\mu}\right)\right]\Big\}\, d^D x, \quad (17)\\ S^{\rm r}_0\left[r^a_{\mu\nu|\alpha\beta}\right] &= \int\Big\{-\frac{1}{2}\left[\left(\partial_\mu r_a^{\mu\nu|\alpha\beta}\right)\left(\partial^\lambda r^a_{\lambda\nu|\alpha\beta}\right) + \left(\partial^\lambda r_a^{\nu\beta}\right)\left(\partial_\lambda r^a_{\nu\beta}\right)\right.\\ &\quad \left. + \left(\partial_\nu r_a^{\nu\beta}\right)\left(\partial_\beta r^a\right)\right] + \frac{1}{8}\left[\left(\partial^\lambda r_a^{\mu\nu|\alpha\beta}\right)\left(\partial_\lambda r^a_{\mu\nu|\alpha\beta}\right) + \left(\partial^\lambda r_a\right)\left(\partial_\lambda r^a\right)\right]\\ &\quad - \left(\partial_\mu r_a^{\mu\nu|\alpha\beta}\right)\left(\partial_\beta r^a_{\nu\alpha}\right) + \left(\partial_\nu r_a^{\nu\beta}\right)\left(\partial^\lambda r^a_{\lambda\beta}\right)\Big\}\, d^D x. \quad (18)\end{aligned}$$

Un set generator de transformari gauge pentru actiunea (17) poate fi ales de forma

$$\delta_{\epsilon,\chi} t^A_{\lambda\mu\nu|\alpha} = 3\partial_\alpha \epsilon^A_{\lambda\mu\nu} + \partial_{[\lambda}\, \epsilon^A_{\mu\nu]\alpha} + \partial_{[\lambda}\, \chi^A_{\mu\nu]|\alpha}$$

$$= -3\partial_{[\lambda}\epsilon^A_{\mu\nu\alpha]} + 4\partial_{[\lambda}\epsilon^A_{\mu\nu]\alpha} + \partial_{[\lambda}\chi^A_{\mu\nu]|\alpha}, \qquad (19)$$

unde parametrii gauge $\epsilon^A_{\lambda\mu\nu}$ sunt complet antisimetrici, iar parametrii gauge $\chi^A_{\mu\nu|\alpha}$ au simetria mixta $(2,1)$. Algebra gauge asociata transformarilor gauge (19) este abeliana, iar setul generator este reductibil de ordinul doi in spatiul tuturor istoriilor, astfel ca aceasta teorie gauge liniara are ordinul Cauchy egal cu patru. Actiunea (18) admite un set generator de transformari gauge de forma

$$\delta_\xi r^a_{\mu\nu|\alpha\beta} = \partial_\mu\xi^a_{\alpha\beta|\nu} - \partial_\nu\xi^a_{\alpha\beta|\mu} + \partial_\alpha\xi^a_{\mu\nu|\beta} - \partial_\beta\xi^a_{\mu\nu|\alpha}, \qquad (20)$$

unde parametrii gauge $\xi^a_{\mu\nu|\alpha}$ sunt tensori bosonici arbitrari cu simetria mixta $(2,1)$. Transformarile gauge (20) sunt abeliene si reductibile de ordinul unu in spatiul tuturor istoriilor, astfel incat ordinul Cauchy al acestei teorii gauge liniare este egal cu trei. In concluzie, teoria libera (16) este o teorie gauge liniara cu algebra gauge abeliana, al carei set generator de transformari gauge este reductibil de ordinul doi, astfel incat ordinul Cauchy al acestui model este egal cu patru.

Rezultatele de baza relativ la constructia coomologica a interactiilor consistente care pot fi adaugate modelului liber anterior sunt urmatoarele:

A) Relativ la selfinteractii, obtinem niste rezultate de tip 'no-go' pentru fiecare tip de campuri tensoriale in parte;

B) Cuplajele efective dintre cele doua colectii de campuri exista doar in $D=6$ dimensiuni. In aceleasi ipoteze de lucru ca si in cazurile precedente se obtine actiunea lagrangeana a teoriei cu interactie

$$\begin{aligned}\bar{S}_0\left[t^A_{\lambda\mu\nu|\alpha}, r^a_{\mu\nu|\alpha\beta}\right] &= S_0\left[t^A_{\lambda\mu\nu|\alpha}, r^a_{\mu\nu|\alpha\beta}\right] \\ &+g\int\left[c_a r^a - 2f^A_a\varepsilon^{\lambda\mu\nu\alpha\beta\gamma}t_{A\lambda\mu\nu|\rho}\left(\partial_\sigma\partial_\alpha r^a_{\beta\gamma|}{}^{\sigma\rho} - \frac{1}{2}\delta^\rho{}_\gamma\partial^\tau\partial_\alpha r^a_{\beta\tau}\right)\right. \\ &\left.-gf^a_A f^A_b\left(5r_a^{\lambda\rho|[\alpha\beta,\gamma]}r^b_{\lambda\rho|[\alpha\beta,\gamma]} - 6r_{a\lambda\rho|}{}^{[\alpha\beta,\rho]}r^{b\lambda\sigma|}{}_{[\alpha\beta,\sigma]}\right)\right]d^6x, \qquad (21)\end{aligned}$$

care contine numai termeni patratici care amesteca cele doua colectii de campuri in ordinul unu si respectiv doi in parametrul de deformare (plus un termen cosmologic $gc_a r^a$).

Se pare ca se pot obtine cuplaje netriviale intre campuri diferite din colectia $\left\{r^a_{\mu\nu|\kappa\beta}\right\}_{a=\overline{1,n}}$ cu simetria mixta $(2,2)$

$$g^2 f^a_A f^A_b\left(5r_a^{\lambda\rho|[\alpha\beta,\gamma]}r^b_{\lambda\rho|[\alpha\beta,\gamma]} - 6r_{a\lambda\rho|}{}^{[\alpha\beta,\rho]}r^{b\lambda\sigma|}{}_{[\alpha\beta,\sigma]}\right), \qquad a \neq b.$$

Aparitia acestor cuplaje este dictata de proprietatile matricii M de elemente $M^a_b = f^a_A f^A_b$ sau, altfel spus, de proprietatile tensorului metric din spatiul intern al indicilor de colectie $a=\overline{1,n}$, $\hat{k}=(k_{ab})$. Apar doua cazuri distincte: daca matricea $\hat{k}$ este pozitiv definita, atunci nu apar cuplaje efective intre campuri diferite cu simetria mixta a tensorului Riemann. Dimpotriva, daca matricea $\hat{k}$ este indefinita, atunci sunt permise cuplaje efective intre campuri diferite din aceasta colectie;

C) Actiunea (21) este invarianta la transformarile gauge deformate

$$\begin{aligned}\bar{\delta}_{\epsilon,\chi,\xi} t^{A}_{\lambda\mu\nu|\alpha} &= 3\partial_{\alpha}\epsilon^{A}_{\lambda\mu\nu} + \partial_{[\lambda}\epsilon^{A}_{\mu\nu]\alpha} + \partial_{[\lambda}\chi^{A}_{\mu\nu]|\alpha} \\ &\quad -2gf^{A}_{a}\varepsilon_{\lambda\mu\nu\rho\beta\gamma}\left(\partial^{\rho}\xi^{a\beta\gamma|}{}_{\alpha} - \frac{1}{4}\delta^{\gamma}{}_{\alpha}\partial^{[\rho}\xi^{a\beta\tau]|}{}_{\tau}\right),\end{aligned} \tag{22}$$

$$\bar{\delta}_{\xi} r^{a}_{\mu\nu|\alpha\beta} = \partial_{\mu}\xi^{a}_{\alpha\beta|\nu} - \partial_{\nu}\xi^{a}_{\alpha\beta|\mu} + \partial_{\alpha}\xi^{a}_{\mu\nu|\beta} - \partial_{\beta}\xi^{a}_{\mu\nu|\alpha} = \delta_{\xi} r^{a}_{\mu\nu|\alpha\beta}. \tag{23}$$

Observam ca numai transformarile gauge ale campurilor cu simetria mixta $(3,1)$ se modifica in cursul procesului de deformare;

D) Algebra transformarilor gauge pentru modelul cuplat nu este afectata de procedeul de deformare, fiind tot o algebra abeliana, ca si in cazul limitei libere;

E) Numai functiile de reductibilitate de ordinul unu se modifica partial. Relatiile de reductibilitate de ordinul unu pentru campurile $t^{A}_{\lambda\mu\nu|\alpha}$ au loc pe spatiul tuturor istoriilor, ca si cele libere, in timp ce relatiile de reductibilitate de ordinul unu asociate campurilor $r^{a}_{\mu\nu|\alpha\beta}$ sunt chiar cele originale. Functiile de reductibilitate de ordinul doi raman aceleasi, si deci si relatiile de reductibilitate asociate sunt cele initiale;

F) Impunerea cerintei suplimentare de invarianta PT la nivelul modelului cuplat conduce la eliminarea cuplajelor mentionate.

2.4 Corelarea formulărilor κ-simetrică şi pur spinorială pentru supermembrana în unsprezece dimensiuni

Pornim de la actiunea BST (Bergshoff-Sezgin-Townsend) pentru supermembrana in 11 dimensiuni

$$\begin{aligned} S &= -\frac{1}{2}\int \mathrm{d}^3\zeta\Big[\sqrt{-g}(g^{IJ}\Pi^{M}_{I}\Pi_{JM}-1) + \mathrm{i}\epsilon^{IJK}(\theta\Gamma_{MN}\partial_{I}\theta)\big[\Pi^{M}_{J}\Pi^{N}_{K} \\ &\quad +\mathrm{i}\Pi^{M}_{J}(\theta\Gamma^{N}\partial_{K}\theta) - \frac{1}{3}(\theta\Gamma^{M}\partial_{J}\theta)(\theta\Gamma^{N}\partial_{K}\theta)\big]\Big] \\ &= \int d\tau d^2\sigma\,\big\{\big[P_{M}\Pi^{M}_{0} + e^{0}(P_{M}P^{M}+\Delta) + e^{i}\Pi^{M}_{i}P_{M} \\ &\quad -\frac{\mathrm{i}}{2}\epsilon^{IJK}(\theta\Gamma_{MN}\partial_{I}\theta)[\Pi^{M}_{J}\Pi^{N}_{K} + \mathrm{i}\Pi^{M}_{J}(\theta\Gamma^{N}\partial_{K}\theta) - \frac{1}{3}(\theta\Gamma^{M}\partial_{J}\theta)(\theta\Gamma^{N}\partial_{K}\theta)]\Big\}, \end{aligned} \tag{24}$$

care este invarianta la o simetrie fermionica locala (de tip gauge) numita κ-simetrie.

Marimea de componente

$$\Pi^{M}_{I} = \partial_{I}X^{M} - i\theta\Gamma^{M}\partial_{J}\theta, \qquad I,J,K = 0,1,2 \tag{25}$$

este un supercamp denumit impuls supersimetric, $X^{M}(\tau,\sigma^{i})$, cu $M = 0,1,...,9,11$, sunt coordonatele supermembranei in superspatiu, iar variabilele fermionice $\theta^{A}(\tau,\sigma^{i})$, cu $A = 1,...,32$, reprezinta un spinor Majorana (real),

$$\Delta = \det(\Pi^{N}_{i}\Pi_{jN}), \qquad i,j = 1,2, \tag{26}$$

iar P_M reprezinta impulsurile conjugate cu X^M.

Cele doua forme ale actiunii scrise mai sus sunt corelate prin integrarea dupa P_M si folosirea parametrizarii $g_{IJ} \to (\gamma_{ij}, N, N^i)$

$$\begin{aligned} g_{ij} &= \gamma_{ij}\,, \qquad g_{0i} = 2\gamma_{ij}N^j, \qquad g_{00} = -N^2 + \gamma_{ij}N^iN^j, \\ g^{ij} &= \gamma^{ij} - \frac{N^iN^j}{N^2}, \qquad g^{0i} = \frac{N^i}{N^2}, \qquad g^{00} = -\frac{1}{N^2}, \end{aligned}$$

$$g = N\sqrt{\gamma} = N\sqrt{\det\gamma_{ij}}$$

impreuna cu identificarile

$$e^0 = \frac{N}{2\sqrt{\gamma}}\,, \qquad e^i = -N^i.$$

In urma analizei canonice hamiltoniene se observa ca teoria este supusa la 32 de constrangeri primare fermionice

$$\begin{aligned} d_A &= p_A - iP_M(\Gamma^M\theta)_A \\ &\quad -\frac{1}{2}\varepsilon^{ij}(\Gamma_{MN}\theta)_A\left[\Pi_i^M\Pi_j^N + i\Pi_i^M(\theta\Gamma^N\partial_j\theta) - \frac{1}{3}(\theta\Gamma^M\partial_i\theta)(\theta\Gamma^N\partial_j\theta)\right] \\ &\quad -\frac{1}{2}\varepsilon^{ij}(\theta\Gamma_{MN}\partial_i\theta)(\Gamma^M\theta)_A(\Pi_j^N + \frac{2i}{3}\theta\Gamma^N\partial_j\theta) \approx 0 \end{aligned} \tag{27}$$

si la 3 constrangeri secundare bosonice, numite si constrangeri de reparametrizare

$$T = Y_MY^M + \Delta - 2\varepsilon^{ij}\Pi_i^M(d\Gamma^M\partial_j\theta) \approx 0, \tag{28}$$

$$T_i = Y_M\Pi_i^M - d\partial_i\theta \approx 0, \tag{29}$$

unde am folosit notatia

$$Y_M = P_M - i\varepsilon^{ij}(\theta\Gamma_{MN}\partial_i\theta)(\Pi_j^N + \frac{i}{2}\theta\Gamma^N\partial_j\theta). \tag{30}$$

Parantezele Poisson fundamentale au forma

$$\{P_M(\sigma), X^N(\rho)\} = -\delta_M^N\delta^2(\sigma-\rho), \tag{31}$$

$$\{p_A(\sigma), \theta^B(\rho)\} = -\delta_A^B\delta^2(\sigma-\rho), \tag{32}$$

care implica urmatoarea algebra a constrangerilor

$$\{d_A(\sigma), d_B(\rho)\} = 2iY_M\Gamma_{AB}^M\delta^2(\sigma-\rho) + i\varepsilon^{ij}\Pi_{iM}\Pi_{jN}\Gamma_{AB}^{MN}\delta^2(\sigma-\rho), \tag{33}$$

$$\{d_A(\sigma), T(\rho)\} = \{d_A(\sigma), T_i(\rho)\} = \{T(\sigma), T_i(\rho)\} = 0, \tag{34}$$

de unde rezulta ca T si T_i sunt constrangeri de clasa I, ca si jumatate din constrangerile fermionice d_A, pe cand cealalta jumatate este de clasa II. Deoarece nu se cunoaste o metoda simpla de separare covarianta a acestor constrangeri, se va renunta la covarianta manifesta si se va lucra in coordonate de tip con luminos. Dupa defixarea gauge a constrangerilor de clasa II in constrangeri de clasa I se poate trece la scrierea sarcinii BRST corespunzatoare acestei teorii.

Pentru o descriere a supermembranei intr-o maniera covarianta Lorentz vom adopta metoda pur spinoriala, propusa recent de Berkovits (pentru superstring), in care pornim de la urmatoarea actiune a supermembranei

$$\begin{aligned} S &= \int d\tau d^2\sigma \, \{ K_M \Pi_0^M - d\partial_0\theta + w\partial_0\lambda \\ & -\frac{i}{2}\epsilon^{IJK}(\theta\Gamma_{MN}\partial_I\theta)\left[\Pi_J^M\Pi_K^N + i\Pi_J^M(\theta\Gamma^N\partial_K\theta) - \frac{1}{3}(\theta\Gamma^M\partial_J\theta)(\theta\Gamma^N\partial_K\theta)\right] \\ & -\frac{1}{2}[K_M K^M + M + 2\epsilon^{ij}(d\Gamma_M\partial_i\theta)\Pi_J^M + 2\epsilon^{ij}(w\Gamma_M\partial_i\lambda)\Pi_J^M \\ & +4i\epsilon^{ij}(w\Gamma^M\partial_i\theta)(\lambda\Gamma_M\partial_j\theta) - 4i\epsilon^{ij}(w\partial_i\theta)(\lambda\partial_j\theta)] + e^i[K_M\Pi_i^M - d\partial_i\theta + w\partial_i\lambda] \} \, , \end{aligned} \tag{35}$$

unde apar noi variabile: ghostul bosonic de componente $\{\lambda^A\}_{A=1,\ldots,32}$, care este un spinor pur (adica satisface $\lambda\Gamma^M\lambda = 0$), si impulsul canonic $\{w_A\}_{A=1,\ldots,32}$ asociat acestuia, cu invariantele gauge $\delta w_A = \Lambda_M(\Gamma^M\lambda)_A$ induse de constrangerea impusa asupra lui λ. Un spinor pur in unsprezece dimensiuni are 23 de componente independente. “Sarcina BRST” propusa in acest formalism este

$$\mathbf{Q} = \int d^2\sigma \lambda^A d_A.$$

Dupa introducerea unui sector neminimal, cu ajutorul caruia adaugam un termen coomologic trivial la acest $\mathbf{Q}$, si respectiv efectuarea unei transformari de similitudine asupra “sarcinii BRST” rezultate am obtinut urmatoarele **concluzii de baza** referitoare la legatura dintre formularile κ-simetrica si pur spinoriala pentru supermembrana in $D = 11$:

A) Este posibil sa utilizam constrangerile de reparametrizare si in formularea pur spinoriala a supermembranei prin introducerea unui sector topologic si efectuarea unei transformari de similitudine. Sarcina BRST rezultata va avea astfel o forma conventionala. Se discuta relatia (echivalenta) acesteia cu sarcina BRST din formularea κ-simetrica, in care toate constrangerile de clasa II vor fi defixate gauge in constrangeri de clasa I;

B) Am obtinut un analog natural (necovariant) al b-ghostului superstringului in cazul supermembranei de forma

$$\begin{aligned} R &= \int d^2\sigma \left[-\frac{i}{2}K_M(d\Gamma^M\xi) + \frac{i}{4}\epsilon^{ij}\Pi_{iM}\Pi_{jN}(d\Gamma^{MN}\xi) \right. \\ & -\frac{1}{2}\epsilon^{ij}\Pi_i^M(\xi\Gamma_M\partial_j\theta)(w\lambda) - \frac{1}{4}\epsilon^{ij}\Pi_i^M(\xi\Gamma_{MNR}\partial_j\theta)(w\Gamma^{NR}\lambda) \\ & \left. -\frac{1}{2}\epsilon^{ij}\Pi_i^M(\xi\partial_j\theta)(w\Gamma_M\lambda) - \frac{1}{4}\epsilon^{ij}\Pi_i^M(\xi\Gamma^{NR}\partial_j\theta)(w\Gamma_{MNR}\lambda) \right] , \end{aligned} \tag{36}$$

care satisface relatia

$$\{\mathbf{Q}, R\} = \int d^2\sigma[(\lambda\xi)\mathcal{T} - 2(\lambda\Gamma_M\xi)\epsilon^{ij}\Pi_i^M\mathcal{T}_j], \tag{37}$$

unde $\mathcal{T}$ si $\mathcal{T}_i$ reprezinta niste completari cu ghosturi ale lui T si T_i din (28)–(29), iar pentru $\lambda\Gamma_M\xi = 0$ si $\lambda\xi = 1$ avem $\{\mathbf{Q}, R\} = T$, care reprezinta exact conditia de b-ghost in cazul superstringului de tip IIA in $D = 10$;

C) Un argument puternic in favoarea lui (36) este faptul ca daca efectuam procedeul de reducere la superstringul de tip IIA in 10 dimensiuni

$$\Pi_2^M = \delta_{11}^M, \qquad \partial_2\theta = 0, \qquad K_{11} = \Lambda_{11} = 0, \tag{38}$$

acesta se reduce exact la b-ghostul determinat in literatura pentru superstring.

2.5 Lucrari publicate

Rezultatele de baza ale tezei sunt continute in lucrarile [8]–[12].

Bibliografie selectiva

[1] G. Barnich, M. Henneaux, Phys. Lett. **B311** (1993) 123

[2] G. Barnich, F. Brandt, M. Henneaux, Commun. Math. Phys. **174** (1995) 57

[3] G. Barnich, F. Brandt, M. Henneaux, Phys. Rept. **338** (2000) 439

[4] G. Barnich, F. Brandt, M. Henneaux, Commun. Math. Phys. **174** (1995) 93

[5] N. Berkovits, JHEP **0209** (2002) 051

[6] Y. Aisaka, Y. Kazama, JHEP **0605** (2006) 041

[7] N. Berkovits, JHEP **0801** (2008) 065

[8] E. M. Babalic, C. C. Ciobirca, E. M. Cioroianu, I. Negru, S. C. Sararu, Acta. Phys. Polon. **B34** (2003) 2673

[9] C. Bizdadea, E. M. Cioroianu, S. O. Saliu, E. M. Babalic, Dual linearized gravity in $D = 6$ coupled to a purely spin-two field of mixed symmetry $(2, 2)$, acceptat pentru publicare in Fortschr. Phys.

[10] C. Bizdadea, S. O. Saliu, E. M. Babalic, Physics AUC **19**, part I (2009) 1

[11] C. Bizdadea, E. M. Cioroianu, S. O. Saliu, E. M. Babalic, Yes-go cross-couplings in collections of tensor fields with mixed symmetries of the type $(3, 1)$ and $(2, 2)$, acceptat pentru publicare in Int. J. Mod. Phys. **A**

[12] Mirela Babalic, Niclas Wyllard, JHEP **0810** (2008) 059